MÉTAPHYSIQUE DES MULTIPLICITÉS

Comme si je disais par exemple que la couleur de cette rose n'a rien à voir avec la conquête de la Gaule par César.

Wittgenstein
Remarques philosophiques, § 82

Selon le *Tractatus* de Wittgenstein en son verset 2.0251

> L'espace, le temps, la couleur (la coloration) sont des formes des objets[1].

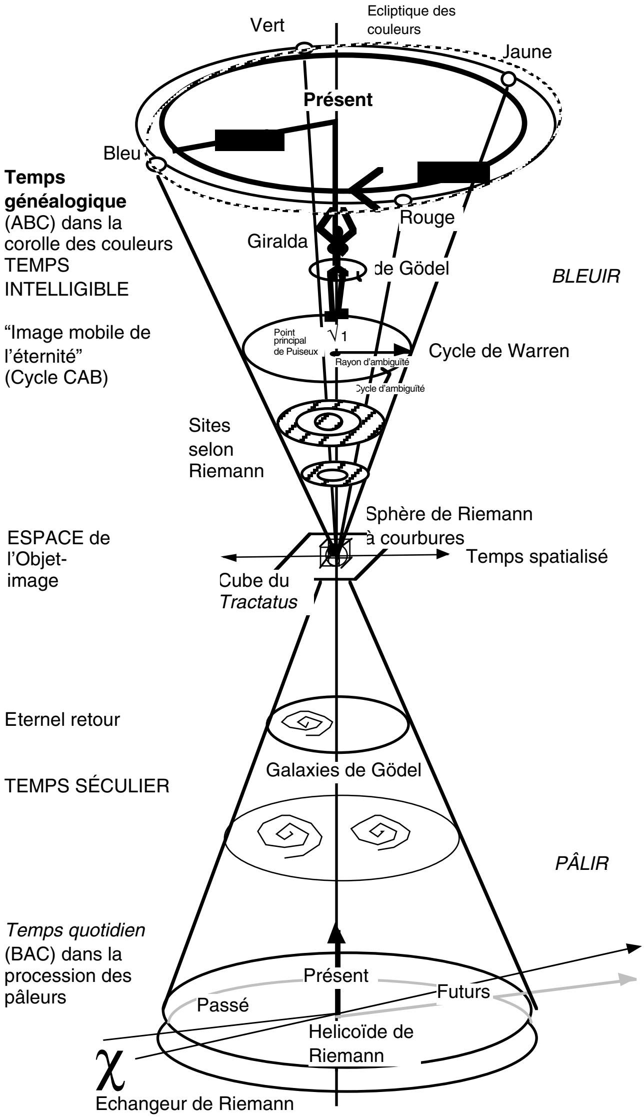
Selon le second Wittgenstein (*Investigations*, § 122) la philosophie doit aboutir à une « représentation synoptique » de son champ d'investigation[2]. Et ce que nous donne le verset 2.0251, c'est d'abord le synopsis des multiplicités vues par la philosophie analytique. Pour l'étudier ainsi que pour lui donner tout son développement, nous prendrons appui sur la figure ci-jointe (page 270).

Le concept de multiplicité[3] a son origine chez Herbart et Riemann[4]. Il a été découvert à partir d'une tentative pour définir l'espace

1. Cf. aussi le modèle musical en 4.0141.
2. Représentation synoptique où « la découverte et l'invention » de *chaînons intermédiaires* va permettre de « faire "voir des connexions" » insoupçonnées.
3. Aujourd'hui désigné comme *variété* dans la littérature mathématique mais toujours appelé multiplicité dans la littérature philosophique, à l'usage de laquelle nous nous tiendrons.
4. Sauf indication contraire, les références à Riemann renvoient à la traduction de ses *Œuvres mathématiques* par L. Laugel, Paris, Gauthier-Villars, 1898 ; rééd. Hermite (préf.), Sceaux, Jacques Gabay, 1990 (cité désormais *Œuvres*).

Cahiers de Philosophie de l'Université de Caen, 31-32 [cédérom], 1997-1998.

MULTIPROCESSEUR MATRICIEL



Surface de Riemann à feuillets pour la fonction Racine carrée en cherchant en premier lieu le genre dont il ne serait qu'une espèce. D'où la généralisation du concept d'espace qu'il obtient d'abord. De même que l'espace est une multiplicité à trois dimensions homogènes, on dira que la couleur est une multiplicité à trois dimensions hétérogènes, dont les coordonnées sont le *ton*, l'*intensité* (ou quantité de lumière) et la *saturation* (inversement proportionnelle à la quantité de blanc)[5], tandis que le temps est une multiplicité à une dimension (« l'axe du temps »).

Car ce synopsis, le verset 2.0251 l'obtient en rapportant les trois multiplicités à un concept unique, le concept d'*objet*, ainsi que l'indiquait déjà le verset 2.0232 :

> Soit dit en passant : les objets sont incolores[6].

Si les multiplicités sont des pochettes, les objets[7] sont leurs surprises[8]. Un concept comme celui d'objet traverse la disparité qui affecte par ailleurs les multiplicités. Du point de vue du système de Peirce, nous pouvons dire en effet qu'il y a des multiplicités de Priméité (comme la couleur), d'autres de Secondéité (comme l'espace et les multiplicités discrètes) et d'autres enfin de Tiercéité (comme le temps). Selon la typologie des relations de Leibniz, on dira que les couleurs sont groupées par des relations de *comparaison*, les points par des relations de *connexion* et les instants par des relations de *succession*. Et les trois types de multiplicité pourront être également nommés d'après les relations qui les composent, ainsi que d'après les objets fournissant les termes de ces relations.

---

5. Cf. *Remarques sur les couleurs*, III, § 5, § 156 et § 219. *Fiches*, au n° 269.
6. Cf. dans les *Remarques sur les couleurs*, I, § 35, les deux types de l'incolore : les nombres et la lumière (la lumière pouvant être prise ici comme « chaînon intermédiaire » entre l'espace et le temps, tandis que les nombres correspondent à des couleurs comme au § 48 des *Investigations*).
7. Chez Riemann, *op. cit.*, p. 282, le lieu et la couleur ne représentent que les multiplicités *continues*. Les multiplicités *discrètes* qui s'y ajoutent sont ici représentées par les *objets* (dont les ensembles peuvent recevoir un nombre pour donner des *multitudes*). L'objet lui-même fait son entrée chez Riemann avec la notion de *corps*, *ibid.*, p. 292, cf. la préface d'Hermite, p. XI et VIII, et avec ce corrélatif naturel de la couleur qu'est le rayon lumineux (p. 297), mais aussi, dans toute sa généralité (p. 295) avec l'idée des « lieux possibles » pour un « objet cherché ».
8. Cf. *Remarques sur les couleurs,* III, § 299 : « Nous ne pouvons qu'aller de surprise en surprise avec de tels gens. »

La disparité caractéristique des multiplicités nous permet d'apprécier chez Russell une représentation encore plus unifiée de leur champ. Russell précise en effet que :

> quand il s'agit de la multiplicité des couleurs, un mouvement signifie, non pas un mouvement dans l'espace, mais un mouvement dans la multiplicité des couleurs elle-même[9].

L'idée d'un mouvement parmi les couleurs opère une sorte de retour sur soi pour tout le domaine des multiplicités lui-même. Car le mouvement produit la rencontre d'un espace et d'un temps, qui sont déjà des multiplicités. Or, selon Russell, il s'agit plus exactement d'un mouvement dans le *spectre* des couleurs lui-même. Et si par conséquent le mouvement parmi les couleurs exige un élargissement du concept d'espace (pour inclure quelque chose comme un spectre), il doit entraîner également une généralisation du concept de temps. D'autre part, puisque le mouvement implique un mobile, nous retrouvons aussi le rôle du concept d'objet au centre du modèle évoqué chez Russell.

L'intérêt de la référence à Russell est par ailleurs de nous révéler l'affinité qui réunit les deux sources de notre problématique : la source *leibnizienne* et la source *goethéenne*.

En deçà de Herbart, en effet, l'idée d'une logique des couleurs permettant de les répartir deux à deux sur un cercle qui formera donc un « espace logique » des couleurs se trouve déjà dans le traité que Goethe leur a consacré[10].

Selon Whitehead, « le thème perpétuellement récurrent des mathématiques pures » est contenu dans le diagramme du rectangle[11]. Dans un rectangle, le théorème de Pythagore permet d'obtenir le carré d'une diagonale quelconque en additionnant les carrés des côtés. Mais pour obtenir la diagonale elle-même, il faut donc extraire la racine carrée de ce carré. Ainsi le rôle de leitmotiv que

9. *Fondements de la géométrie*, § 64. Cf. Wittgenstein, *Remarques,* § 45 : « de même que je puis voir un mouvement (au sens ordinaire), de même je puis voir un mouvement de couleur. »

10. *Traité des couleurs* (1810), trad. éd. Triades, § 50. Nous laissons de côté ici les divergences entre le Cercle de Goethe et celui de Wittgenstein pour nous ranger à ce dernier en raison d'arguments exposés ailleurs (*Le Jeu de Wittgenstein*, Paris, PUF, 1991, p. 155-157).

11. A. Whitehead, *An Introduction to Mathematics*, Oxford, Oxford University Press, 1911, chap. 4, *in fine*, p. 38.

joue le théorème de Pythagore en mathématiques[12] entraîne-t-il un rôle analogue de la racine carrée, entériné chez Riemann dans son traitement des multiplicités attendant leur métrique[13]. Pour cette raison, nous dirons que le problème posé par √ est de trouver l'*objet recto-radical* ou, par abréviation, *l'objet radical*.

Or, lorsque l'opérateur √ est appliqué aux nombres algébriques ou qualifiés, cette notion devient notoirement ambiguë : √4, par exemple, peut être soit +2, soit –2. D'où la notion de *signe ambigu*, comme ±2, introduite par Leibniz[14]. D'où également la notion de « fonction multiforme » que Riemann oppose à celle de fonction *monodrome* [15]. Étant donné l'exponentiation contenue dans le résultat du théorème de Pythagore, le problème créé par les fonctions multiformes[16] est de bloquer le *cycle d'une opération inverse* permettant de *retrouver l'objet radical* par enchaînement de l'exponentiation suivi de l'extraction de racine. Il va de soi par ailleurs qu'une telle ambiguïté a un tout autre statut que par exemple une simple équivocité comme celle du mot « perche » ou, à plus forte raison, que l'ambiguïté à la source d'un « sens pickwickien » que nous pouvons supposer pour l'instant relever du pur caprice. Les deux valeurs –y et +y sont systématiquement symétriques autour de 0. Qui plus est, lorsque l'interprétation géométrique des nombres imaginaires sera introduite par Warren[17], il deviendra possible de situer les valeurs opposées dans un cycle de centre 0 où l'une pourra engendrer l'autre[18]. J'appellerai *ambiguïté distribuée* une telle ambiguïté où les diverses lectures possibles peuvent être obtenues par inscription sur un cadre systématique. Elle joue

12. Renforcé par le calcul infinitésimal qui permet d'écarter la grandeur absolue des côtés pour ne plus considérer que leur rapport dans le « triangle caractéristique » de Leibniz.
13. *Œuvres,* p. 287.
14. W. G. Leibniz, *Opuscules et Fragments inédits,* L. Couturat (éd.), Paris, F. Alcan, 1903, p. 100 *sq*.
15. Dans les *Œuvres mathématiques* de Riemann, ces notions sont introduites, p. 91. Cf. Jean-Luc Verley, *in* J. Dieudonné (dir.), *Abrégé d'histoire des mathématiques : 1700-1900*, Paris, Hermann, 1978, p. 139 *et passim*.
16. Cf. aussi Riemann, *op. cit.*, p. 92 sur le développement en série de la fonction.
17. Cf. Colette, *Histoire des mathématiques*, Montréal, Éditions du Renouveau pédagogique, tome 2, 1979, p. 237.
18. Soit i = √-1. Alors 1 x i = i, i x i = –1, –1 x i = –i et avec (– i) x i = 1 le cycle est achevé.

cette fois-ci entre des *objets* (comme valeurs éventuelles de *fonctions*)[19].

L'*Analysis Situs* leibnizienne a longtemps été tenue pour l'ancêtre de la topologie. Puis cette paternité a été remise en question pour de solides raisons[20]. Cependant la signification philosophique des notions purement mathématiques oblige peut-être à rouvrir le dossier à ce niveau philosophique.

La distinction de Russell entre les descriptions définies et indéfinies[21] commande le problème des « fonctions multiformes ». Il y a, en effet, fonction proprement dite y = f(x), comme dans « le carré de x » lorsqu'il y a possibilité d'une description définie comme « l'actuel roi de France ». Ainsi, comme l'explique Frege, la fonction « la capitale de x » est telle que si nous lui donnons l'Angleterre comme argument, nous obtenons Londres comme valeur de la fonction[22]. Dans les *Principia Mathematica* de Whitehead et Russell[23], la description définie reçoit la notation symbolique R'y dont la lecture sera : « l'objet (x) ayant la relation R à y » comme par exemple « le père de y », « sin y », etc. et donc entre autres « toutes les fonctions ordinaires des mathématiques ».

Mais selon Russell, l'opposition entre descriptions définies et indéfinies n'est qu'une partie des cas possibles parmi les « expressions dénotatrices » :

> Par « expression dénotatrice », j'entends une expression telle que l'une quelconque (*any one*) des suivantes : un homme, quelque homme, un quelconque homme, n'importe quel homme, tout homme, le présent roi d'Angleterre, le présent roi de France, le centre de la masse du système solaire au premier instant du XX^e siècle, la révolution de la terre autour du soleil, la révolution du soleil autour de la terre[24].

19. Cf. Frege, « Fonction et Concept », « Concept et Objet », in *Écrits logiques et philosophiques,* trad. fr. C. Imbert, Paris, Seuil, 1971. Cf. Dummett, *Frege Philosophy of Language*, Londres, Duckworth, 2^e éd., 1981, p. 6 : l'« unique objet ».
20. Cf. Jean-Claude Pont, *La Topologie algébrique, des origines à Poincaré,* Paris, PUF, 1974, chap. 1^er, « Les pseudo-précurseurs ».
21. *Introduction à la philosophie mathématique*, trad. fr. F. Rivenc, Paris, Payot, 1991, chap. XVI, 1^er §.
22. Frege, *Écrits logiques et philosophiques,* p. 92.
23. A. Whitehead et B. Russell, *Principia Mathematica*, Cambridge, Cambridge University Press, 1910, 30.01.
24. « On denoting » [1905], trad. fr. O. Roy in *Écrits de logique philosophique*, Paris, PUF, 1989, 1^er §.

Or, selon Russell, une expression comme « un homme » dénote « un homme ambigu »[25]. Ainsi justifie-t-il sur exemple le concept d'*objet ambigu* qu'il avait introduit en 1903 dans les *Principles of Mathematics*[26].

On remarquera qu'ici la démarche est inversée respectivement à celle de Wittgenstein dans le verset 2.0251 du *Tractatus* : Russell part des *objets* (comme « dénotation »), et c'est au titre de déterminations de ces objets qu'apparaissent les éléments des multiplicités (avec les notions de centre et d'instant). La couleur est absente. Mais elle nous est suggérée par l'exemple que fournit l'expression « (le) siège d'évêché du Calvados » puisque celle-ci dénote à la fois Bayeux et Lisieux et que, le violet étant la couleur épiscopale, « siège de l'évêché » peut se dire « ville violette ».

Par conséquent, le concept d'objet ambigu est capable de couvrir, entre autres, le cas des « fonctions multiformes ». En attendant qu'il trouve, comme le rappelle aussi Russell dans les *Principles* (§ 255), sa résolution dans la théorie des surfaces de Riemann comme cas particulier de la théorie des multiplicités, avec aujourd'hui le titre de *variété analytique* [27].

Le cube du *Tractatus* (5.5423) est à sa manière un cas d'ambiguïté distribuée. Il autorise deux « lectures » possibles, mais puisque ces lectures sont celles du cube vu d'en-dessus et vu d'en-dessous, ces deux aspects sont commandés à l'avance par la symétrie du haut et du bas.

Dans les *Investigations* (§ 11), la notion d'objet à double aspect (ou à multiple aspect) conduit Wittgenstein à introduire le concept d'*objet-image*, qu'illustre par exemple un « visage-image »[28].

Cependant, le traitement le plus complet des multiplicités chez Wittgenstein se trouve dans ses *Remarques philosophiques*, puisque cet ouvrage contient à la fois (1) le *polyèdre des Couleurs* (§ 221), (2) une *quasi*-définition des *mathématiques* comme *investigation de l'Espace* (§ 157) et (3) la formulation la moins laconique de sa *doctrine du Temps* (§ 49).

---

25. *Ibid.*
26. *Principles*, in *Écrits de logique philosophique*, § 62.
27. J.-L. Verley, *op. cit.*, p. 143.
28. Que Wittgenstein substitue ainsi à la notion usuelle correspondante, c'est-à-dire celle d'une image de visage. Ce qui signifie que, plus généralement, c'est le concept usuel d'une image d'objet qui laisse place à celui d'objet-image.

Parmi ces trois formes de la multiplicité, deux d'entre elles vont exiger respectivement deux exemples types de processus obtenus moyennant une dissociation de l'Objet-Image : *bleuir* pour un *Objet incolore – pâlir* pour une *Image colorée*.

Bleuir, c'est ici devenir bleu pour l'objet incolore du *Tractatus*[29]. C'est un « mouvement dans la multiplicité des couleurs » au sens de Russell. Chez Wittgenstein, cette multiplicité se trouve représentée par l'octaèdre du § 221, où l'on constate que la notion de « couleur » est prise au sens large puisqu'elle inclut[30] le blanc et le noir (comme simples *valeurs* au sens pictural du terme). Par souci de simplification, je supposerai qu'à partir de la figure donnée dans cet octaèdre, le pôle du blanc (ou pôle des hauteurs) vient coïncider avec le pôle du noir (ou pôle des profondeurs) qui devient ainsi un « pôle ambigu ». Nous pouvons lui donner à volonté la valeur noir ou la valeur blanc. Et ce pôle des profondeurs pourra donc servir aussi de point de départ à l'objet incolore en tant qu'illustration de l'objet ambigu. Pour distinguer l'objet incolore des couleurs blanche ou noire (notées par de petits cercles d'échantillonnage), et en supposant plus généralement que le cube représente un corps-témoin pour les hypothèses de Riemann[31], nous pouvons imaginer que l'objet incolore est figuré par le cube du *Tractatus* en tant qu'objet diaphane[32]. Le résultat obtenu par la simplification de l'octaèdre des couleurs sera dit *Corolle des Couleurs*.

Sur le cercle qui domine la corolle, cependant, une sorte d'*écliptique à inclinaison* est introduite par ce que Wittgenstein appelle « une

29. Il faut rappeler ici que les « objets » du *Tractatus* ne sont pas seulement des individus mais aussi des prédicats. Et si quelqu'un avoue avoir un « côté fleur bleue », il y aurait *category mistake* à lui demander de montrer ce côté pour en voir la couleur. Par conséquent, l'objet incolore peut être aussi, comme le « lys » des jeunes gens au § 4.014, une « fleur » symbolique à la recherche de sa couleur. Cela dans la corolle des couleurs. Dans la procession des pâleurs, la théorie des *sense data* trouve son paradigme dans la notion de *tache de couleur* dotée d'une vivacité au sens de Hume. L'objet incolore qui reçoit la couleur est donc ici une *tache* et non pas un objet physique tel que les mains que montre G. E. Moore (« Proove of an external world »), *Philosophical papers*, Allen and Unwin, p. 146) ou celles de Lady Macbeth. Lady Macbeth cherche à effacer la tache d'une certaine couleur. En bref, on pourrait dire qu'un *objet* du *Tractatus* peut être une substance d'Aristote mais aussi une Idée de Platon ou une « idée » de Locke. Et ces trois possibilités se transmettent à l'objet incolore.

30. *Remarques sur les couleurs*, I, § 25.

31. Cf. *Œuvres mathématiques*, p. 293-294 et la préface d'Hermite, p. XI.

32. *Remarques sur les couleurs*, III, § 24 et § 203.

clarté relative essentielle » qui est « spécifique » aux « couleurs saturées pures » :

> Le bleu est plus sombre que le jaune[33]
>
> le pur jaune… est plus clair que le rouge pur saturé ou que le bleu pur saturé[34].
>
> le bleu est la couleur la plus sombre (Goethe)[35].

Bien que le couple clair/sombre soit expressément distingué par Wittgenstein du couple blanc-noir, il y a cependant à remarquer une *affinité* entre le couple clair-blanc (III, § 6) d'une part et le couple sombre-noir d'autre part. Mais il existe aussi des groupements harmoniques tels que les couples noir-jaune ou blanc-bleu.

Pâlir, pour une image telle que le visage qui revient comme un leitmotiv chez Wittgenstein, c'est être dans un présent gris entre un passé noir et un avenir blanc, c'est devenir de plus en plus faible (§ 52). Si nous supposons (puisque la couleur est prise au sens large) que l'image est tracée noir sur blanc, pâlir signifie donc recevoir successivement toutes les nuances du noir au gris puis du gris au blanc prévues sur l'*axe* du polyèdre chromatique, de sorte que cet axe Noir-Gris-Blanc replié dans la corolle des couleurs se trouvera déplié sur ce que Wittgenstein appelle *flux de la vie*[36]. J'appellerai *procession des pâleurs* le processus[37] obtenu en dépliant ainsi l'axe paradigmatique de la corolle pour l'appliquer diachroniquement sur le flux de la vie. On y ajoutera l'exemple du *Cahier brun*[38] qui concerne cette fois-ci un objet : l'exemple du fer porté au feu jusqu'à ce qu'il parvienne au *rouge blanc*.

Dans les *Investigations*, par ailleurs, « la méthode du § 2 » conduit Wittgenstein à imaginer au § 48 un jeu qui se joue avec un *échiquier*

---

33. *Ibid.*, III, § 161. C'est la remarque choisie comme échantillon par Roderick Chisholm dans « Sur quoi portent les *Remarques sur les couleurs* de Wittgenstein ? » *in* J.-P. Leyvraz et K. Mulligan (dirs), *Wittgenstein analysé*, Paris, Jacqueline Chambon, « Rayon philo », 1993.
34. *Remarques sur les couleurs*, III, § 4.
35. *Ibid.*, § 132.
36. *Fiches*, § 173.
37. Cf. *Remarques sur les couleurs*, vol. I, § 78, p. 20 : « processus de transition » des couleurs (*Farbübergang*).
38. *Cahier brun*, trad. fr. G. Durand, Paris, Gallimard, « Les Essais », 1965, p. 251.

polychrome, c'est-à-dire un échiquier qui aurait non seulement des cases *blanches* et *noires* mais aussi des cases *rouges* et *vertes*[39]. Cet échiquier est d'abord une simple grille à colorier, qui étend donc la notion d'objet incolore. Et il doit donc prendre ses couleurs dans le paradigme de la corolle. Une telle grille nous fournit par conséquent un modèle de la multiplicité spatiale.

Puis à travers toute une série de « chaînons intermédiaires » dont celui du § 64, le remplissage de ce carré chromatique est conceptualisé par le schéma des flèches (§ 86) que forment trois flèches horizontales traversées par une flèche plus ou moins oblique. Ce schéma est ensuite (§ 168) animé par deux mouvements, de glissement (sur les flèches horizontales) et de dérapage (sur une flèche transversale). On dira par exemple que l'axe rouge-vert est ici celui sur lequel conduisent les flèches horizontales, tandis que l'axe blanc-noir est parcouru par des flèches verticales.

Dans le *Cahier brun* (I), le schéma des flèches est doté d'une portée encore plus vaste, puisque le groupe sagittal tout entier peut lui-même y prendre une position oblique respectivement à un axe vertical (§ 71 et 73) et puisque surtout le tableau des mouvements possibles indiqués par les flèches inclut non seulement des mouvements en lignes droites mais aussi des mouvements circulaires, en ellipse, etc. (§ 44). Par conséquent, le schéma des flèches wittgensteinien y apparaît comme une généralisation du gyrotraceur leibnizien. Il devient ainsi le « chaînon intermédiaire » capable de faire communiquer tous les dispositifs inclus dans le multiprocesseur.

Il en découle la nécessité de redistribuer l'opposition générale entre glissement et dérapage sur le paradigme ainsi élargi. Sur ce problème, la corolle des couleurs fournit un arrière-plan régulateur. Lorsque des mouvements s'accomplissent dans la corolle soit sur le cercle des couleurs pures, soit sur un des diamètres distingués (jaune-bleu ou rouge-vert), ou encore parallèlement à ces modèles, ils seront considérés comme glissements. Lorsqu'un mouvement se produira entre des couleurs mixtes (comme par exemple sur un axe-violet) ou entre diverses hauteurs de la corolle (comme entre un gris-bleu et le blanc), il sera classé comme dérapage. Moyennant cette répartition, le schéma des flèches devient entièrement accordé à la corolle des couleurs.

39. Comme si, la corolle des couleurs s'effondrant, il n'en restait que l'axe Rouge-Vert mélangé au dipôle Blanc / Noir.

Dans le cadre ainsi fourni, le cube du *Tractatus* peut jouer essentiellement trois rôles : il peut *prendre une couleur* dans la corolle quand il est vu d'en-dessous, il peut *accomplir un mouvement* comme pièce sur l'échiquier lorsqu'il est devenu opaque par cette coloration, et il peut enfin *perdre sa couleur* en pâlissant lorsqu'il est vu d'en-dessus. Si le cube du *Tractatus* est mis en mouvement sur l'échiquier polychrome, il se déplace donc *à la fois* dans la multiplicité Couleur, dans la multiplicité Espace et dans la multiplicité Temps. L'échiquier muni du cube nous donne donc en *modèle réduit* le synopsis des multiplicités. Et il nous le donne *sur sa partie centrale* – à savoir la multiplicité spatiale.

L'enchaînement formé par la corolle des couleurs, l'échiquier chromatique et par la procession des pâleurs – moyennant le déplie de l'axe chromatique – sera dit *Multiprocesseur matriciel* ou, par abréviation, *Multiprocesseur*[40]. Il fournit d'abord le *système* des multiplicités en exposant l'ordre naturel entre les multiplicités de comparaison, de connexion et de succession. Mais ce système est en même temps traversé par un unique processus qui le déploie. D'où son titre de « multiprocesseur ». Aussi permet-il, en prenant comme appui la systématisation des notions déjà connues sur les multiplicités, de découvrir leurs articulations encore insoupçonnées. Dans le cadre théorique ainsi fourni, nous prendrons comme repères deux concepts introduits par Jacques Merleau-Ponty: celui de « trait structural » et celui d'« origine structurale »[41]. Étant donné un trait structural comme le nombre des parties du temps physique[42] ou le nombre des dimensions de l'espace physique[43], ou encore comme le nombre des racines carrées d'un nombre algébrique, il s'agit de déterminer son origine structurale dans les conditions de possibilité qui s'appliquent à tous les niveaux du système. C'est ce qui nous a conduit à distinguer d'abord entre un *temps intelligible* (dans le rôle du conditionnant) et un *temps séculier* (dans le rôle du conditionné), l'enjeu de la distinction étant l'*ordre naturel entre les parties du temps*.

40. Il est dit « matriciel » pour le distinguer des multiprocesseurs plus ou moins armoriés et historiés que nous avons exposés dans d'autres textes. La notion de multiprocesseur contient donc les principes explicatifs du concept de *multimobile* introduit dans notre « Théorie du schématisme universel » (*Exposé*, n° 2, 1995).

41. *Cosmologie du XX^e^ siècle*, Paris, NRF, 1965, p. 283 et 277 respectivement.

42. Qu'il s'agisse de la bipartition d'Aristote (*Physique* IV 10, 218a 1-6) ou de la tripartition des cônes de Minkowski.

43. Exemple donné par Jacques Merleau-Ponty, *op. cit.*

C'est afin de le déterminer que le multiprocesseur doit maintenant être expliqué.

Pour l'objet incolore que nous supposerons prendre son point de départ par exemple au point Blanc, bleuir paraît à première vue un problème relativement simple. Si on admet que la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre, devenir-bleu semble seulement signifier parcourir la droite Blanc-Bleu sur la corolle des couleurs. Mais cette réponse n'est pas satisfaisante s'il est vrai, comme nous l'avons posé en principe, que tout mouvement intéresse à la fois l'espace et le temps. Plus précisément, un mouvement quelconque devra être déterminé par une extension topoïde et par une condition chronoïde.

Afin de satisfaire à cette exigence double, une direction de recherche est suggérée par Wittgenstein dans une de ses *Remarques sur les couleurs* (III, § 24) :

> Si tu remplaces le rouge par le blanc, alors l'impression de transparence ne se produit plus, de même que ne se produit plus l'impression d'avoir affaire à un solide si l'on transforme le signe suivant en cet autre.

D'après cette remarque, il y a une analogie de proportionnalité entre *l'acquisition plénière de la couleur* d'une part (à partir d'un état comme la blancheur) et, d'autre part, le déploiement complet de la perspective pour un parallélépipède (à partir d'une présentation aplatie). Si nous prenons comme objet incolore le cube du *Tractatus*, il est possible de réunir les deux membres de l'analogie en un unique modèle de géométrie en couleurs. Je supposerai par conséquent que le cube du *Tractatus* doit d'abord présenter un *dessus* tendant vers le *Gris* central, puis offrir une *face* (carrée) en direction de la *coloration* circulaire (considérée en général), et enfin dévoiler un *profil* en tournant pour y recevoir une *couleur* choisie sur le cercle chromatique.

Sous une forme géométriquement épurée, cela signifiera en d'autres termes que l'objet incolore est soumis simultanément à une triple contrainte imaginée par Pascal[44]. Il devra d'abord s'élancer vers le centre du cercle chromatique (c'est-à-dire vers le point du Gris). Et en même temps, la droite sur laquelle il accomplira ce saut

44. *Œuvres complètes*, Paris, Seuil, « L'Intégrale », 1963, p. 181. Cf. Gérard Bras, Jean-Pierre Cléro, *Pascal : figures de l'imagination*, Paris, PUF, 1994.

se détachera de l'axe du pôle chromatique tandis que, tout en lui restant parallèle dans un glissement perpendiculaire au rayon, elle se déplacera de telle sorte que son point supérieur parcoure ce rayon en partant du centre et en se dirigeant vers le point du Bleu. Mais, toujours en même temps, le rayon portant cette translation se trouvera pris de son côté dans un mouvement angulaire qui lui fera balayer le cercle entier des couleurs. Et les trois mouvements doivent être réglés de telle sorte qu'au moment même où l'objet incolore atteint la hauteur du Gris, le sommet de son axe porteur parvienne à la pointe externe du rayon tandis que ce rayon tournant parti du point Bleu se retrouvera coïncider avec son point de départ. C'est ce qui peut être appelé l'*unisson des trois sauts de Pascal* ou, par abréviation, la *volte de Pascal*. Puisque les trois mouvements qui le composent doivent prendre exactement le même temps, ce *même temps* constitue pour le mouvement de l'objet ambigu un premier élément de sa composante chronoïde. Mais il n'est pas suffisant à lui seul. En effet, la notion de « même temps » laisse encore indéterminé le temps dont il s'agit, c'est-à-dire la durée qualifiant réellement le parcours.

C'est pour satisfaire à cette seconde exigence qu'entre en scène ici un personnage spéculatif – celle que j'appellerai *la Giralda de Gödel* ou, plus brièvement, « Giralda ». Giralda est patineuse. Nous la saisissons au moment où, tournoyant sur elle-même et afin de rendre sa rotation plus rapide encore, elle ramène ses deux bras étendus au-dessus de sa tête pour finir par les rassembler, de manière à donner à la forme de son corps la plus grande proximité possible à son axe de rotation, portant alors sa vitesse angulaire à son maximum.

Giralda illustre ainsi la loi dite de conservation du moment cinétique. Le sens d'une telle loi de « conservation » est mieux mis en évidence lorsqu'on la formule comme une loi de *variation* (inverse). Ainsi envisagée, la loi du moment cinétique signifie que la vitesse angulaire de la patineuse est inversement proportionnelle à son « moment d'inertie ». Et cette loi s'éclaire par son analogie avec la loi plus connue de « conservation de la quantité de mouvement » (*mv* masse x vitesse) qui est aussi une loi de variation inverse entre masse et vitesse. Seulement, dans la loi sur *mv*, la variation inverse reste unilatérale puisque la masse d'un corps est une constante. C'est ici qu'intervient la notion de moment d'inertie, que l'on peut exposer en schématisant l'exemple de la patineuse pour la remplacer par un axe vertical à deux bras horizontaux portant des poids dont la distance à l'axe est réglable à volonté. C'est le rapprochement de ces poids qui entraîne l'accélération du système en rotation, illustrant la définition du moment d'inertie comme fonction de la masse et de sa distance à l'axe de rotation. La masse reste constante, mais la distance est variable, expliquant l'accélération ou le ralentissement résultants.

Or, Gödel fait l'hypothèse[45] ici d'une analogie entre la mécanique classique et les modèles cosmologiques. Ce qui fait l'intérêt du modèle de la patineuse est d'établir une corrélation entre la rotation d'un corps et son étendue, considérées toutes les deux comme des variables. Selon l'hypothèse de Gödel, il en va de même au niveau cosmologique entre l'*expansion de l'Univers* et la *rotation* des « univers tournants » qu'il a imaginées. L'expansion ralentit la rotation, tandis que la contraction l'accélère. Et plus généralement, *la rotation d'un Univers et son expansion sont en fonction inverse l'une de l'autre*. Comme il s'agit ici de possibilités *a priori*, l'intérêt de cette loi de Gödel est de donner une signification géométrique à la notion leibnizienne de « monde possible » : un monde possible a une *taille* et un *mouvement* propres dont la multiplication est une constante.

Telle quelle, la Giralda de Gödel forme donc une sorte d'horloge du monde intelligible. Toutefois, puisque sa vitesse angulaire est contrôlable par son expansion, elle reste une variable encore indéterminée. Elle est même un nouvel avatar de l'*objet à double aspect* puisque, de même que le Canard-Lapin de Jastrow peut être vu soit comme canard soit comme lapin, Giralda peut être placée soit en état de rotation rétrécissante, soit en état d'expansion ralentissante. Et la Giralda de Gödel rejoint donc la girouette de Wittgenstein[46]. Aussi nous faut-il encore un chaînon intermédiaire capable d'accomplir la connexion conceptuelle entre le mouvement de Giralda et le triple saut de Pascal. Ce chaînon est fourni par Leibniz dans les fondements qu'il a donnés à son *Analysis Situs*.

L'*Analysis Situs* de Leibniz équivaut en effet, en tant que *Caractéristique géométrique*, à une tentative de refonte intégrale de la science des lieux où il s'agit en particulier d'obtenir avec le minimum

45. Kurt Gödel, « Rotating Universes in General Relativity Theory », in *Proceedings of the International congress of mathematicians,* Cambridge (Mass.), 1950, vol. I, p. 175-81.

46. *Grammaire philosophique* II (v, § 23) ; trad. fr. Marie-Anne Lescourret, Paris, Gallimard, 1980, p. 373.

de moyens axiomatiques le maximum de concepts géométriques parmi les plus fondamentaux. Cette refonte constitue comme une généalogie du géométrique[47].

Dans cette voie, la tentative la plus réussie de Leibniz est sans doute celle[48] où il considère un corps *quelconque* dont deux points (que nous appellerons H comme Haut et B comme Bas) sont supposés immobiles, tandis que tous les autres sont mis en mouvement. Leibniz peut à partir de là définir l'ensemble de *tous* les points *immobiles* comme donnant la *droite* (que nous dirons donc droite de Leibniz) et la figure décrite par *chacun* des points *mobiles* comme engendrant le *cercle* (dit cercle de Leibniz). Considérant le rôle joué par la notion de *Tractus* (que Marc Parmentier traduit par *tracé*[49]) dans l'*Analysis Situs* de Leibniz, j'appellerai *gyrotraceur* (gyrogénérateur) le dispositif imaginé par Leibniz. Or, ce gyrotraceur fournit exactement le chaînon qui manquait entre la volte de Pascal et la Giralda de Gödel.

Si nous remplaçons, en effet, la droite obtenue chez Leibniz par un axe vertical et le rayon arbitraire d'un quelconque des cercles correspondants par l'écartement des masses dans la loi de conservation du moment cinétique, nous obtenons un équivalent du dispositif mécanique illustré par la patineuse.

Mais d'autre part, le gyrotraceur leibnizien fournit aussi le théâtre nécessaire au triple saut de Pascal : son axe offre l'équivalent de l'axe Blanc-Gris, le rayon réunissant cet axe à un cercle nous donne l'analogue d'un rayon chromatique du type Gris-Bleu, et enfin le cercle choisi peut servir de support au spectre de toutes les couleurs.

En d'autres termes, le gyrotraceur de Leibniz permet d'élever l'Univers de Gödel aux dimensions du lieu intelligible figuré par la corolle des couleurs. Par là même, celui-ci fournit au mouvement de l'objet ambigu dans cette corolle sa composante chronoïde entièrement définie.

Mais Gödel ne s'est pas contenté de poser dans l'intelligible une loi du rapport entre expansion et rotation transposée du registre de la mécanique au niveau cosmologique. À l'intérieur du cosmos lui-même, il envisage l'idée d'un rapport entre la rotation de l'univers supposé tournant et la rotation observée des galaxies,

47. Cf. Leibniz, *Caractéristique géométrique,* trad. fr. Parmentier, Paris, Vrin, 1995.
48. *Ibid.*, *Essai* III, p. 67.
49. *Ibid.*, p. 167, note 49.

autrement dit entre ce qu'on pourrait appeler, dans l'ordre inverse, la « rotation empirique » des « nébuleuses spirales » et la « rotation théorique » d'un univers tournant.

Ainsi, la voie lactée, avec les « autres nébuleuses », sont-elles pour ainsi dire des rejetons et des échantillons de la Giralda intelligible disséminés dans le monde sensible. Au lieu du bleuir et du pâlir, nous pouvions donc prendre aussi comme exemple une « déviation vers le violet » (dans l'ordre du possible) et le *red-shift* (en tant que réalité).

Jusqu'à présent, passant de la volte pascalienne au gyrotraceur de Leibniz puis à la Giralda de Gödel, nous nous sommes pour ainsi dire enfoncés dans la corolle des couleurs, et nous avons même franchi le plan de l'espace pour atteindre les galaxies de Gödel qui nous ont fait passer de l'autre côté. Nous allons maintenant accomplir une sorte de parcours symétrique du précédent respectivement au plan P où s'opère la séparation de l'objet d'avec l'image : revenant à une région située à la base de la corolle, nous allons retraverser le plan spatial en direction de la procession des pâleurs.

Mais ici, le parcours est déjà connu et balisé à l'avance. Il est résumé au § 255 des *Principles of Mathematics* où Russell, partant des problèmes posés par des expressions comme $\sqrt{}$ où fait défaut une description définie comme relation génératrice de fonction, rappelle comment « la méthode des surfaces de Riemann » fournit, *mutatis mutandis,* le principe de la solution. Ses trois grandes étapes sont le *cycle de Warren* sur *le plan complexe de Gauss*, la *sphère de Riemann* et enfin le terminus que Russell rappelle, à savoir la *surface de Riemann.* Cependant, comme notre mise en œuvre philosophique des résultats déjà obtenus en mathématique en est une transposition, nous donnerons une reformulation des étapes qui nous semblent à exposer sur ce parcours en les adaptant à notre propos.

L'étape de départ est déterminée par le niveau des données qui ont posé le problème. Elle forme à elle seule un petit monde intelligible dont je rappellerai la construction. Pour l'obtenir, la meilleure procédure est de rappeler quelles sont les trois phases dans la *méthode du compas* : trouver un centre pour la *pointe* du compas, déterminer un rayon pour l'*écartement* du compas, et enfin *faire tourner* le compas. Nous illustrerons ces trois phases avec l'exemple de $\sqrt{1}$. Dans ce cas, le centre est fourni par l'origine 0 sur l'axe des nombres réels, le rayon est égal à 1 et le véhicule qui fait tourner autour du centre est $\sqrt{-1} = i$. Mais ce paradigme est là pour illustrer un concept à portée plus générale : le centre 0 illustre la notion d'un *point principal* de Puiseux[50], l'écartement du compas représente le concept d'un *rayon d'ambiguïté* puisque il n'y a pas la même gravité de différence à osciller par exemple entre –1 et +1, entre –2 et +2, entre –3 et +3, etc., et enfin la rotation accomplie par le nombre imaginaire signifie un *cycle d'ambiguïté* qui permet de retrouver l'une quelconque des valeurs à partir de l'autre.

Ce microcosme intelligible requiert à son tour l'investissement méthodologique par la multiplicité Couleur qui est sur ce registre le procédé wittgensteinien.

Pour l'obtenir, je supposerai d'abord que, dans *On denoting*, les exemples de Russell ne sont pas quelconques et que tous s'organisent autour de l'exemple du système solaire (avec son centre de gravité en fonction du temps, et la rotation de la terre portant les hommes, etc.). Ce qui conduit au modèle suivant.

Imaginons une sorte de système chromatique analogue au système solaire mais avec des orbites circulaires. Au centre de ce système se trouve la source lumineuse jouant le rôle du « Soleil », et plusieurs « planètes » gravitent autour de ce soleil (avec des conjonctions et oppositions possibles). Parmi elles, on peut supposer, par exemple, une sorte de « planète rouge » ou orangée (telle que Mars). Orthogonalement au plan de ces orbites se trouve par ailleurs un spectre en arc-en-ciel également circulaire mais sélectif. Il est obtenu à partir d'une bipartition des couleurs considérées sur le cercle chromatique. Aux termes de cette bipartition, les couleurs du cercle peuvent être divisées en deux sous-ensembles respectivement à la question de l'ambiguïté. Il y a d'une part des couleurs « ambiguës » comme le Violet ou l'Orangé, qui peuvent respectivement tirer soit sur le Bleu ou le Rouge, soit sur le Rouge et le Jaune. Et il y a d'autre part des couleurs cardinales qui séparent entre eux les arcs sur lesquels hésitent les couleurs ambiguës : ce sont exclusivement le Bleu et le Jaune avec le Rouge et le Vert. L'arc-en-ciel du système ne retiendra que les couleurs ambiguës réparties sur les demi-cercles concentriques autour du centre du système qui jouera donc aussi le rôle du *centre d'ambiguïté*. Comme les rayons de ces demi-cercles sont variables en fonction de leur situation dans l'arc-en-ciel, nous obtenons ainsi la version chromatique du *rayon d'ambiguïté*. Nous pouvons par ailleurs supposer que sur le plan horizontal

50. Cf. Dieudonné (dir.), *op. cit.*, p. 139.

du système, où l'on aura fait coïncider le Gris avec le centre solaire, les quatre couleurs cardinales définissent quatre «points cardinaux». Si nous supposons alors que la planète Mars est Rouge en passant sur le Bleu et tend vers l'Orangé en s'acheminant vers le Vert, on aura aussi défini un sens de parcours pour un *cycle d'ambiguïté*.

Le système obtenu formera ainsi un investissement chromatique du cycle de Warren et sera dit *armillaire copernicienne*.

La deuxième étape est la *sphère de Riemann*, c'est-à-dire d'abord une sphère de diamètre 1 dont je supposerai ici l'équateur inclus dans le plan de l'espace. On distinguera sur cette sphère un pôle Zénith et un pôle Nadir, ainsi que quatre points de l'équateur correspondant aux quatre couleurs cardinales de la corolle chromatique. On suppose ensuite un second plan (que j'appellerai plan d'expansion) parallèle au plan de l'équateur et passant par le pôle Sud. Et, partant du pôle Nord, on trace quatre droites passant par les quatre points distingués sur l'équateur et déterminant par conséquent quatre points sur le plan d'expansion. Le cercle qui passe par ces quatre points est de rayon 1 et porte par conséquent un cycle de Warren.

La sphère de Riemann est donc en premier lieu une machine à engendrer le cercle de Warren. Mais cet engendrement peut être conçu de deux manières. Si nous échangeons les rôles entre les deux pôles en plaçant le plan d'expansion sur le pôle Nord, alors la sphère de Riemann engendrera l'anneau de Warren dans une multiplicité de comparaison, tandis que si nous revenons à la construction qui précède, il s'agira de la réalisation d'un circuit pour une course réelle dans la multiplicité de succession. Selon la nomenclature de Peirce, la sphère de Riemann intégrée au multiprocesseur est donc dans la Secondéité une sorte de sas qui convertit la Priméité en Tiercéité. Cette sphère fournit donc aussi un *centre naturel* sur l'axe de Leibniz, définissant par ailleurs un *rayon naturel* pour le cercle de Leibniz et le cône des révolutions formé par la génératrice qui part de ce centre et s'appuie sur ce rayon pris comme directrice. Pour cette raison, elle peut être dite aussi *sphère centrale*.

La sphère centrale se qualifie ainsi par ailleurs comme opérateur où s'effectue la dissociation de l'objet-image conçu par Wittgenstein. Les objets se colorent au zénith pendant que les images pâlissent au nadir.

Ce rôle central de la sphère de Riemann conduit à examiner ce qui s'y passe.

À cette fin, considérons un point quelconque P de la sphère et traçons la droite NP joignant le pôle nadir de la sphère à ce point P. Alors, pour chaque position de P, nous obtiendrons un point correspondant P' sur le plan d'expansion du zénith. Dans cette correspondance, le pôle Zéro s'appliquera sur le zénith, tous les nombres réels entre 0 et 1 seront appliqués sur le méridien entre le pôle zénith et l'équateur, 1 s'appliquera sur l'Équateur, et tous les nombres réels supérieurs à 1 s'appliqueront sur le méridien entre l'équateur et le pôle nadir jusqu'à ce qu'enfin l'infini soit appliqué au pôle nadir. De même pour les réels sur le méridien symétrique situé sur le même grand cercle. Ainsi, l'axe des réels devient-il un cercle vertical passant par les pôles.

Entre la sphère de Riemann dans son état zénith et le cercle de Warren où l'attend son problème, Riemann ménage d'abord le principe de sa solution dans l'étagement des multiplicités possibles pour la « connexité » des surfaces.

Après avoir rappelé que sur « une surface donnée », « toute courbe qui se ferme en revenant sur elle-même forme le contour d'encadrement complet d'une partie » de cette surface « à partir d'un point fixe initial jusqu'à un même point final » et d'une manière « indépendante du chemin » suivi pour accomplir cette circumnavigation, Riemann ajoute[51] :

> Ceci donne lieu à une distinction des surfaces en simplement connexes, où chaque courbe fermée encadre complètement une partie de la surface (comme, par exemple, un cercle), et en surfaces multiplement connexes où ce fait n'a pas lieu (comme, par exemple, la couronne annulaire dont le contour est formé par deux circonférences concentriques). Une surface multiplement connexe peut être transformée, par l'effet de coupures, en une surface simplement connexe.

Afin de développer le support intuitif que Riemann lui-même introduit ici, et en s'inspirant du modèle princeps offert par les ponts de Koenigsberg, imaginons dans la corolle des couleurs deux paysages suspendus dont le premier contient un lac et dont le second (situé au-dessus du premier) contient un lac enfermant lui-même une île. Appelons-les respectivement paysage lacustre et paysage lacustre à île.

---

51. *Œuvres mathématiques*, p. 94.

C'est dans un tel site que Riemann introduit les notions fondamentales de son *Analysis Situs*[52]. Elle est commandée par la dialectique de deux opérations : d'une part l'*encadrement* d'un *situs* par un *contour* clos, et d'autre part sa *coupure* par une *section transverse* (*Querschnitt*).

Dans le paysage lacustre, il est possible d'effectuer en bateau un tour du lac plus ou moins grand, et l'on dira pour cette raison que la surface du lac est simplement connexe. Dans le paysage lacustre à île, il est également possible de faire un tour du lac sur une embarcation, mais celui-ci se qualifie aussi comme tour de l'île, et l'on dira en conséquence que la surface du lac est doublement connexe. C'est en généralisant cette procédure que Riemann parvient à la notion de surface multiplement connexe[53]. On voit que la circumnavigation lacustre intervient ici dans une fonction critériologique.

Supposons maintenant que dans le paysage supérieur un ponton soit jeté entre l'île et la rive du lac. Alors, il devient impossible de faire le tour de l'île, bien qu'il reste possible de faire un tour du lac transformé. La coupure qui est produite par la section transverse a donc pour effet de transformer une surface doublement connexe en site simplement connexe. Mais, dans le paysage inférieur, si un ponton permet la traversée du lac, alors c'est la navigation autour du lac elle-même qui deviendra impossible : circumnavigation et traversée pédestre deviennent alors exclusives l'une de l'autre. La section transverse d'un site simplement connexe aura donc pour conséquence de lui faire perdre sa connexité tout en le morcelant en deux sites qui seront eux-mêmes simplement connexes. Et ce morcellement pourra se poursuivre indéfiniment par un réseau de plus en plus serré de pontons. La section transverse considérée en général a donc pour effet soit de transformer une surface multiplement connexe dont l'ordre de connexion est égal à n en surface dont l'ordre de connexion sera n–1 jusqu'à 1, soit de supprimer la connexité d'un site simplement connexe par le morcellement qui le divise en sites simplement connexes. Elle fait par conséquent rétrograder un paysage donné dans la hiérarchie des paysages étagés sur la corolle des couleurs. Et ce n'est donc plus un simple critère (dans l'ordre des raisons) mais un véritable opérateur de mutation (dans l'ordre des choses). On en dirait de même pour la notion

52. *Ibid.*, p. 93.
53. *Ibid.*, p. 99-100.

de *rétrosection* qui n'apparaît pas chez Riemann mais que son traducteur mentionne en note[54]. Lorsqu'un bateau fait le tour du lac, il y dessine par là même une « île » imaginaire à la mesure de son parcours. Au lieu d'une circumnavigation sur le lac, on peut par conséquent considérer une « rétrosection » découpant une partie isolée de la surface lacustre à même sa totalité[55]. On obtient alors un jeu homogène de notions ontologiques enchaînant des *rétrosections cycliques progressives* (puisqu'elles accroissent la connexité du site en allant de n à n + 1 dans une émergence insulaire) à des *sections transverses récessives* (puisqu'elles font redescendre la connexité de n à n–1).

La troisième et dernière étape de la méthode que rappelait Russell est fournie par la *surface à feuillets* de Riemann où l'ambiguïté des fonctions multiformes se trouve enfin levée.

Le principe que Riemann[56] met en œuvre ici est « de représenter le mode de ramification d'une fonction multiforme » d'une certaine « façon géométrique ». Et l'idée clef[57] de cette « façon » est qu'« il n'y a rien de choquant à parler de surfaces superposées, afin de pouvoir admettre que le lieu du point 0 (de coordonnées x, y) puisse recouvrir plusieurs fois la même partie du plan », de telle sorte que puisse aussi se produire un *échange* entre les surfaces ainsi superposées.

Dans le cas de $\sqrt{x}$, où le problème est de déterminer l'objet radical, j'appellerai la surface qui fournit la solution de Riemann *surface radicale*. Pour l'obtenir, conformément aux principe qui viennent d'être posés, nous placerons sur le plan complexe deux surfaces supplémentaires appelées « feuillets » (que nous supposerons ramenés au cercle du cycle de Warren avec son rayon 1). Il faut imaginer à partir de là que nous avons effectué une coupure de ces deux plans superposés suivant l'axe réel des négatifs et que les bords ainsi obtenus ont été raccordés en croix, c'est-à-dire en cousant le bord du feuillet supérieur au bord du feuillet inférieur, et *vice versa*. C'est sur la figure ainsi obtenue (où les deux feuillets sont maintenant réunis en une seule Surface) que nous pouvons suivre les explications de Riemann :

54. *Ibid.*, p. 96, note 1.
55. Nous pouvons réunir la notion de parcours cyclique selon Riemann et le concept de rétrosection dans le modèle d'un découpage à la scie sauteuse (faite pour scier sans entamer par les bords).
56. *Œuvres mathématiques,* p. 92.
57. *Ibid.*, p. 6 (cf. Dieudonné, *op. cit.*, p. 142), puis p. 92-93.

> Concevons une surface étendue sur le plan des (x, y) et coïncidant avec lui (ou si l'on veut un corps infiniment mince étendu sur ce plan), qui s'étend autant et seulement autant que la fonction y est donnée. Lorsque la fonction sera prolongée, cette surface sera donc étendue davantage. En une région du plan où se présentent deux ou plusieurs prolongements de la fonction, la surface sera double ou multiple. Elle se composera alors de deux ou de plusieurs feuillets dont chacun correspond à une branche de la fonction. Autour d'un point de ramification de la fonction, un feuillet de la surface se prolongera en un autre feuillet, et de telle sorte que, dans le voisinage de ce point, la surface pourra être regardée comme un hélicoïde dont l'axe est perpendiculaire au plan des (x, y) et dont le pas de vis est infiniment petit. [Et] lorsque la fonction, après que z a décrit plusieurs tours autour de la valeur de ramification, reprend sa valeur initiale, [il faut] « supposer que le feuillet supérieur de la surface se raccorde avec le feuillet inférieur en passant à travers le reste des feuillets.

La surface radicale de Riemann révèle ainsi deux composantes principales que nous appellerons l'*hélicoïde* et l'*échangeur* de Riemann. Chacune de ces composantes illustre un double principe cyclique et différentiel qui demande une explication.

Pour saisir ce qui se passe dans l'hélicoïde, supposons d'abord une variable qui *parcourt* l'axe des nombres négatifs en allant du « moins » vers le « plus ». Lorsque cette variable arrive au point 0 comme extrémité de cet axe, deux choses nouvelles vont lui arriver sur la surface de Riemann : d'une part elle va se trouver *soulevée* suivant l'axe de l'hélicoïde, perpendiculaire au plan horizontal, et d'autre part elle va *commencer à tourner* selon le mouvement de vis déterminé par l'hélice porteuse. En bref, la variable va être emportée dans un « escalier en colimaçon » infinitésimal. Les deux flèches (en plein et en pointillé) de notre figure sont à voir comme des sortes d'agrandissements pour les « marches » de cet escalier. Et c'est ainsi que les deux racines de 1 (–1 et +1) qui faisaient l'ambiguïté de la fonction vont se trouver réparties sans ambiguïté sur les deux feuillets de la surface de Riemann (l'une à la pointe de la flèche pleine et l'autre à la pointe de la flèche en pointillé). Nous constatons par conséquent que dans le premier aspect de sa méthode, Riemann sollicite seulement les ressources classiques du schème hélicoïdal sur la question du Même et de l'Autre. Lorsqu'il faut rendre compatible l'identité impliquée par un caractère cyclique avec une différence telle qu'un progrès, l'identité se trouve confiée au modèle du cercle, et c'est l'élévation de ses cycles sur l'axe de l'hélice qui doit schématiser l'intervention de la différence[58]. De manière analogue, chez Riemann, ce qui était *équivoque* dans le cadre d'un seul plan et malgré l'intervention sur ce plan d'un *cycle* générateur comme celui de Warren, devient *univoque* moyennant *répartition sur plusieurs plans étagés dans une hauteur*. Ce qui était « multiforme » dans la diaspora de la symétrie donnée autour de 0 devient uniforme dans la quasi-coïncidence de la superposition réglée entre les feuillets de la surface de Riemann. Mais afin que cette règle soit obtenue, le caractère cyclique doit être par ailleurs conservé. Et c'est lui qui nous conduit au second aspect de la méthode, avec son processus d'échange.

Afin de le suivre, imaginons qu'une aiguille pivotant autour du point 0 se détache de la flèche pleine et se mette à tourner (dans le sens du cercle trigonométrique). En franchissant l'axe négatif, cette aiguille passera du feuillet supérieur au feuillet inférieur sur lequel d'abord elle viendra coïncider avec la flèche en pointillé. Puis, poursuivant son parcours, elle sera transportée du feuillet inférieur au feuillet supérieur pour enfin retrouver sa position initiale.

Dans ce cycle dédoublé de Riemann, le moment crucial est constitué par le franchissement de l'axe négatif, rendu possible par *l'échangeur de Riemann*. Afin d'examiner la nature de cet échangeur, je concentrerai mon attention sur le tracé décrit par l'aiguille à sa pointe lors du double franchissement qu'elle effectue de l'axe négatif. Nous obtenons alors comme une coupe de l'échangeur, en forme d'X ou de c. Pour fixer les idées, nous pouvons supposer que ce c est inscrit dans un cercle des couleurs en miniature, actualisant le grand cercle de la corolle supérieure. La branche incurvée du c désignera dès lors le passage du Jaune au Bleu, tandis que sa branche rectiligne dénotera par convention le passage du Vert au Rouge. On voit par conséquent que par sa couture cruciforme de la coupure initiale l'échangeur de Riemann s'écarte d'un parcours cyclique tel que celui du cercle des couleurs pour adopter un parcours transversal « à travers » la couche des feuillets. Mais le modèle cyclique d'échelon local n'est ainsi abandonné que pour obtenir à plus grande échelle un cycle global, celui où « le feuillet supérieur de la surface se raccorde avec le feuillet inférieur en passant à travers le reste des feuillets ». En redonnant au mot « catastrophe » son

58. C'est le cas par exemple chez C.D. Broad.

sens étymologique de *retour*, nous pouvons donc dire que la surface de Riemann est le théâtre d'une « catastrophe » de Riemann. Et même dans le cas plus simple que présente $\sqrt{x}$, on observe que le moment de l'échangeur commande le cycle principal dédoublé comme lui, tandis que le modèle de l'hélicoïde a seulement une signification locale au point de ramification, obtenu précisément comme cas limite et dégénérescent, lorsque les deux branches du c croisées sur l'axe négatif en Gris s'annulent au point 0.

C'est sans doute ici le lieu d'énoncer le 1^er^ théorème principal du Multiprocesseur :

> La vitesse du triple saut de Pascal est déterminée par la sphère de Riemann.

Démonstration :

Le triple saut de Pascal s'effectue dans la corolle entière des couleurs et par conséquent lorsque la Giralda de Gödel est élevée à sa signification globale, celle qui la fait coïncider avec la corolle. Or, la vitesse de Giralda est contrôlée par son expansion. Et l'expansion de la corolle des couleurs est elle-même déterminée par le rapport entre le cercle de Warren et le diamètre de la sphère de Riemann. Par conséquent la sphère de Riemann détermine la vitesse caractéristique du triple saut de Pascal parmi toutes ses vitesses possibles. CQFD

À chacune des composantes principales réunies dans le multiprocesseur peut être associée une certaine interprétation chronologique. L'idée principale de cette mise en correspondance est que la caractéristique essentielle du temps respectivement à l'espace est le caractère naturel de sa division en partie. Mais la division du temps considérée en général doit être dissociée de l'ordre qui règne entre ses parties. D'où la notion de *temps inétabli*, qui n'est pas sans analogie avec ce qu'Henri Droguet appelle « passé décomposé »[59], lorsque cet ordre est rendu problématique. Toutefois, il ne s'agit là que d'une représentation provisoire à partir de laquelle nous sommes conduits à la théorie d'un *temps recomposé*. Sur le problème de l'ordre à déterminer entre les parties du temps, le multiprocesseur fournit en effet une réponse systématique : il permet de déduire les différents ordres possibles correspondant à autant d'interprétations des

59. H. Droguet, *Le Passé décomposé*, Paris, Gallimard, 1984.

notions précédentes. Et la suite formée par ces interprétations sera dite la série des *hypostases du temps*. Dans cette série, deux sous-ensembles sont à distinguer, formant une paire ordonnée : il y a d'abord un *temps intelligible*, puis un *temps séculier*, dont la différence est donnée par les deux états possibles de la sphère de Riemann dans le multiprocesseur.

Dans le temps intelligible, la première hypostase est le *temps généalogique* ou temps originaire, celui qui se trouve dénoté dans le triple saut de Pascal. L'ordre des parties du temps y est donc 1. le Présent (noté par le point central), 2. le Passé (noté par le rayon du saut), 3. le Futur (noté par le cercle de la volte). Puisque cet ordre commande les suivants, je l'appellerai aussi *ordre naturel du temps*, et il sera résumé par l'expression ABC (avec A = le présent, B = le passé, C = le futur).

La signification de cet ordre peut s'expliquer en l'illustrant sur un modèle chromatique du chronologique. C'est l'histoire de la couleur immanente à sa corolle, qui se déroule en trois temps :

D'abord, il y a un temps de la *présence* tendant vers la grisaille à partir du blanc ou du noir.

Puis il y a *le passé de ce présent* selon *l'inclinaison de l'écliptique* pour le passage du Gris à la couleur. Lorsque la couleur d'élection dans le passé s'incline vers le Bleu, alors elle correspond au présent issu du Blanc. Et lorsqu'elle s'élève du côté Jaune, elle correspond au présent issu du Noir.

Enfin, il y a un temps de la *répétition* où la grisaille centrale est confrontée tour à tour avec *toutes* les couleurs possibles sur le cercle chromatique à partir de la *couleur d'élection* et jusqu'au *retour* à celle-ci.

Le temps généalogique se déploie dans la corolle des couleurs. Cependant, la similitude entre le cercle des couleurs et une quelconque section de la corolle parallèle à ce cercle permet de projeter la représentation du temps originaire sur un simple cercle selon la règle suivante : le Présent correspondra au point principal de Puiseux, le Passé au rayon d'ambiguïté de l'objet ambigu et le Futur à son cycle d'ambiguïté.

Cette projection nous introduit à la considération plus générale d'un *temps cyclique* formant la *seconde hypostase du temps*.

Si l'on admet que l'axe du temps peut être adéquatement représenté par un cercle pour obtenir un temps cyclique, l'ordre des parties du temps va connaître son deuxième état possible. Dans un tel temps (supposé contenu entièrement dans le tour du cercle), un être a *d'abord* devant lui un *Avenir* (sans passé, mais récessif). *Puis* ensuite, à partir du choix d'un point origine, apparaît un *Présent* (comparable à l'aiguille unique d'une montre parcourant son cadran). Et *enfin* c'est seulement à partir du moment où le Présent s'est détaché du point origine (Midi ou Minuit) que peut être déterminé un Passé (progressif). En bref, la structure du temps circulaire est : Futur à dépenser – Présent dépensant – Passé dépensé.

L'ordre généalogique du temps inétabli prend alors la valeur CAB (Futur – Présent – Passé). C'est-à-dire que l'ordre des *parties du temps* vient, dans ce cas, coïncider avec l'ordre des *attributs temporels* dans la série A de McTaggart (celui où un événement est d'abord futur, puis présent, et enfin passé).

Encore le temps cyclique ainsi défini dans l'abstrait peut-il prendre lui-même deux formes, d'après les deux états possibles (zénith & nadir) pour la sphère centrale.

Lorsque le temps cyclique est porté par un cercle du zénith sur la corolle des couleurs, on obtient le temps comme « image mobile de l'éternité » – représentée par le centre du cercle portant le mouvement du cycle. C'est le temps du *Timée* comme seconde forme du *temps intelligible* (transcendant au monde animé)[60].

Si le temps cyclique est porté par un cercle du nadir (vers la procession des pâleurs), on aboutit à l'éternel retour[61], immanent au cosmos. Le cycle du temps défini ci-dessus devient alors un épicycle *c-a-b* de la Grande Journée dans la couronne de la « Grande Année » CAB selon une construction en abîme qui peut se poursuivre *ad libitum*. L'éternel retour est donc aussi la première forme du temps séculier.

Entre les deux variétés du temps cyclique se situe le temps spatialisé[62]. Il est obtenu sur le plan de l'espace par une interprétation de la droite des nombres réels en « axe du temps ». Les nombres négatifs y représentent le passé, le zéro y figure le présent et les nombres

60. Cf. notre explication du *Timée* dans notre étude « La théorie platonicienne des Idées-Nombres », *Revue de Philosophie ancienne*, n° 1, 1992. Et aussi notre exposition du mythe d'Er dans notre cours d'histoire des mathématiques à l'Université de Caen (à paraître).

61. Cf. Wittgenstein, *Cahier brun* (Préface J. Wahl) I, § 49, p. 183 sur le rapport entre éternel retour et volonté chez Nietzsche. Cf. aussi Jules Vuillemin, *Contingence et Nécessité*, Paris, Minuit, 1984.

62. *Le Cahier jaune*, § 14, p. 87.

positifs correspondent au futur. Les parties du temps y trouvent par conséquent l'ordre Passé – (Présent) – Futur. Toutefois, la totalité ainsi formée n'y est pas plus orientée que la droite infinie elle-même, où le point origine est choisi arbitrairement (ce qui efface la notion de *parties naturelles*) et où la symétrie des nombres algébriques (négatifs et positifs) a recouvert la dissymétrie des entiers naturels. D'autre part, il est possible de concevoir la droite comme un cercle de rayon infini[63]. Pour toutes ces raisons, je ne compterai pas le temps spatialisé comme une véritable hypostase du temps, mais seulement comme une forme intermédiaire (de Secondéité) entre le temps du *Timée* d'une part (dans la Priméité de l'intelligible) et l'éternel retour d'autre part (dans la Tiercéité du séculier). Aussi l'ordre de ses parties sera-t-il noté seulement *b-a-c*.

La *troisième* (et dernière) *hypostase du temps* est *le temps de tous les jours*. Il est obtenu par *l'application du temps généalogique (ABC) sur la surface radicale de Riemann, moyennant le cycle de Warren (à temporalité CAB)*. En d'autres termes, le temps généalogique est « l'origine structurale » (au sens de J. Merleau-Ponty) du temps quotidien.

D'abord, le temps quotidien est obtenu comme interprétation chronologique appliquée à la surface radicale de Riemann, considérée dans ce que Riemann appelle son hélicoïde.

Le parcours des nombres négatifs y correspond au passé. L'axe de l'hélicoïde perpendiculaire à la surface y correspondant au présent. Et la bifurcation entre le feuillet inférieur et le feuillet supérieur y correspond à la ramification du futur en futurs contingents ramenée à sa formulation la plus simple : si on prend l'exemple de la bataille navale d'Aristote comme paradigme, la flèche du feuillet inférieur correspond à l'ensemble des avenirs possibles où la bataille navale a lieu, et la flèche du feuillet supérieur correspond à l'ensemble des avenirs possibles où la bataille navale n'a pas lieu. L'ordre des parties du temps y est donc Passé, puis Présent, puis Futur, c'est-à-dire un ordre qui peut se résumer par la formule BAC.

Il est certain, cependant, que les choses ne se passent pas ainsi, parce que le franchissement du Rubicon, tout comme son non-franchissement, doit lui aussi être représenté dans un pointillé qui figure sa contingence de futur. Le développement complet de la surface de Riemann avec ses feuillets conduit à dénouer l'étreinte

63. Cf. André Régnier, « Qu'est-ce qu'un cercle ? », compte rendu de l'ouvrage de J.-T. Desanti, *Les Idéalités mathématiques*, in *La Quinzaine littéraire*, n° 1966.

du dominateur tout en dévoilant la structure de l'événement considéré.

Envisageons d'abord César au bord du Rubicon que l'on supposera représenté par l'axe des imaginaires. Ses deux classes d'avenirs possibles sont devant lui comme deux traits en pointillé qui, pour l'instant, coïncident. (Afin d'éviter l'ambiguïté qui pourrait en résulter, imaginons comme en morse que le franchissement du Rubicon soit noté par des *points* et le non-franchissement par des *traits*.)

Ensuite, César avance – non seulement dans le temps (comme tout le monde) mais à travers le Rubicon (comme César). Alors, dans l'hélicoïde de Riemann la flèche en points et la flèche en traits commencent à se séparer. La flèche en points se développe sur le feuillet supérieur et il devient ainsi un trait qui se remplit, tandis que par là même la flèche en trait se résorbe dans le feuillet inférieur et s'efface ainsi progressivement. Lorsque le Rubicon est franchi, la flèche du réel atteint l'axe imaginaire. L'événement est consommé.

Mais en même temps que les flèches du futur tournent par leurs pointes dans l'hélicoïde de Riemann, leurs empennages accomplissent un mouvement correspondant dans l'échangeur de Riemann. Cet échangeur a trouvé sa signification principale en permettant une répartition exacte des trois modalités majeures en jeu dans la métaphysique du temps, à savoir la Nécessité, la Réalité (ou vérité), et la Possibilité pure (ou Potentialité). La Possibilité sera supposée correspondre aux deux pointes supérieures du χ, la Réalité à son carrefour et la Nécessité à ses deux pointes inférieures.

Ainsi, lorsque la flèche du franchissement s'élève sur le feuillet supérieur de la Réalisation, son empennage s'abaisse d'autant sur l'Échangeur. C'est-à-dire que l'Événement-flèche du franchissement quitte à jamais la simple possibilité inactualisée, acquiert sa Réalité complète et reçoit finalement l'estampille de la Nécessité. Par là même et dans le même temps, l'Événement-flèche du non-franchissement abandonne à jamais sa prétention à la nécessité, sa réalité même se résorbe jusqu'à l'anéantissement et il devient pour toujours une pure Possibilité inactualisée.

Si l'on compare la surface de Riemann au cycle de Warren dont elle doit lever l'ambiguïté, on voit du même coup le changement obtenu dans l'ordre du temps. Sur le cycle de Warren dans son interprétation chronologique, l'ordre était donné par la séquence CAB. Sur la surface de Riemann dans la même interprétation, l'ordre est donné par la série BAC. D'où vient la substitution? C'est ici qu'entre en jeu le temps généalogique avec son ordre ABC : c'est l'intervention d'ABC sur CAB qui produit finalement BAC (*second théorème du Multiprocesseur*).

Démonstration :

Pour concrétiser en ecthèse le raisonnement, faisons les hypothèses suivantes :

1. Supposons que le devenir-Bleu (ABC) soit remplacé par un devenir-Améthyste, par exemple pour un « chef-lieu » idéal candidat au titre d'« évêché idéal ».

2. Supposons que le cycle d'ambiguïté (CAB) soit agrandi sur le plan médian. Et imaginons que la description à l'origine de la fonction multiforme soit « l'évêché du Calvados », autrement dit « la ville Violette du Calvados ». Alors, le rayon Gris-Violet de la corolle sera remplacé par un diamètre d'ambiguïté violet-violet et le cycle d'ambiguïté correspondant sera dit Anneau d'Améthyste. Caen y sera le centre C de symétrie, représentatif de tout le cercle comme Futur à dépenser. Si nous supposons que l'arc orienté Lisieux-Pont-l'évêque définit le sens de parcours de l'évêque partageant son temps sur l'anneau d'améthyste entre Lisieux et Bayeux, alors la basilique ou le Carmel de Lisieux représenteront le point A du présent au point origine et le point B de Bayeux sera la représentation du passé en progression sur ce cycle.

Concevons maintenant que la volte ABC soit appliquée sur le cycle CAB, de sorte que le point violet de la volte coïncide par exemple avec le violet de Bayeux. Alors, le diamètre d'ambiguïté de CAB excédera le rayon de la volte en un diamètre qui viendra y couper le cycle du futur, fixant ainsi le point C de la volte au milieu de son parcours. Et en énumérant les parties du temps dans l'ordre du rayon prolongé en diamètre, nous obtenons l'ordre BAC.

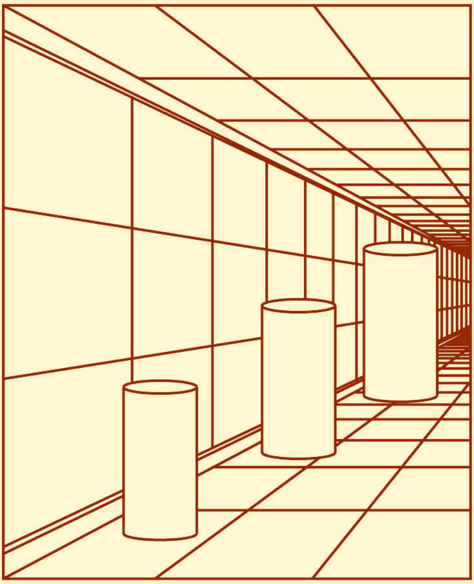
Ainsi, la volte ABC, en traversant le cycle CAB, engendre-t-elle l'ordre BAC des parties du temps quotidien, donné par l'ordre de parcours Bayeux-Caen-Lisieux. CQFD.

Jean-Claude DUMONCEL

Université de Caen

Cahiers de Philosophie
de l'Université de Caen

Philosophie analytique



1997-1998 N° 31-32

Presses Universitaires de Caen